Quesito 4

Dopo aver verificato che il punto $T(1,0,1)$ appartiene al piano π: $x - 2y + 2z = 3$, determinare l'equazione della superficie sferica passante per il punto $P(1,0,5)$ e tangente in T al piano π.

Soluzione

a) il punto $T(1, 0, 1)$ appartiene al piano π: $x - 2y + 2z = 3$; infatti , sostituendo le coordinate del punto nell'equazione del piano, si trova un'identità

$$1+2=3 \to 3=3$$

b) Il centro C della superficie sferica deve appartenere alla retta n perpendicolare al piano π nel punto T, i cui parametri direttori coincidono con i coefficienti delle incognite nell'equazione del piano : $\begin{matrix} a &= 1 \\ b &= -2 \\ c &= 2 \end{matrix}$

Le equazioni parametriche di n sono

$$\begin{cases} x = & 1+\lambda t \\ y = & 0+\mu t \\ z = & 1+\nu t \end{cases} \to \begin{cases} x = & 1+t \\ y = & -2t \\ z = & 1+2t \end{cases}$$

Per determinare il valore del parametro t al quale corrisponde il centro C, imponiamo che

$$\overline{TC} = \overline{PC} \to \sqrt{(-t)^2+(2t)^2+(-2t)^2} = \sqrt{(-t)^2+(2t)^2+(4-2t)^2} \to$$

$$9t^2 = 9t^2 - 16\,t + 16 \to \quad 16t = 16 \to t = 1$$

$$Pertanto$$

Il centro della sfera è il punto $C(2,-2,3)$

Il raggio ha lunghezza uguale a $\overline{TC} = \overline{PC}$=3

L'equazione della superficie sferica è

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$$