Quesito 3

Determinare le equazioni delle superfici sferiche di raggio $r=5\sqrt{2}$ tangenti nel punto $P(-1,2,3)$ al piano di equazione $3x+4y-5z+10=0$.

Soluzione

Il centro di una superficie sferica tangente in P al piano assegnato deve appartenere alla retta passante per P e perpendicolare al piano stesso. Inoltre ,la sua distanza da P deve essere uguale al raggio.

Le prime due condizioni permettono di scrivere le equazioni parametriche della retta , essendo (3,4,-5) una terna di parametri direttori

$$\begin{cases} x = & -1+3t \\ y = & 2+4t \\ z = & 3-5t \end{cases}$$

Dalla rappresentazione parametrica si possono dedurre le equazioni cartesiane

$\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{-5}$

e impostare il seguente sistema le cui soluzioni forniscono le coordinate dei centri delle due sfere richieste

$$\begin{cases} (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = & 50 \\ \dfrac{x+1}{3} = & \dfrac{y-2}{4} \\ \dfrac{x+1}{3} = & \dfrac{z-3}{-5} \end{cases}$$

$$(x+1)^2+\frac{16}{9}(x+1)^2+\frac{25}{9}(x+1)^2=50$$

$$\frac{50}{9}(x+1)^2 = 50 \rightarrow x = -4 \; vel \;\; x = 2$$

$$C_1(-4,-2,8) \quad C_2(2,6,-2)$$

Equazione della prima sfera : $(\boldsymbol{x}+\mathbf{4})^{\mathbf{2}} + +(\boldsymbol{y}+\mathbf{2})^{\mathbf{2}} + (\boldsymbol{z}-\mathbf{8})^{\mathbf{2}} = \mathbf{50}$

Equazione della seconda sfera: $(\boldsymbol{x}-\mathbf{2})^{\mathbf{2}} + +(\boldsymbol{y}-\mathbf{6})^{\mathbf{2}} + (\boldsymbol{z}+\mathbf{2})^{\mathbf{2}} = \mathbf{50}$