

Quesito 5

Determinare il valore del parametro reale k in modo che la retta di equazione cartesiana $y = x - 2$ risulti tangente alla curva $y = x^3 + kx$.

Soluzione

Indicato con $T(x_0, y_0)$ il punto di tangenza, devono essere soddisfatte le due

condizioni
$$\begin{cases} x_0^3 + kx_0 = x_0 - 2 \\ 3x_0^2 + k = 1 \end{cases}$$

che esprimono rispettivamente il passaggio per T di entrambe le curve e l'uguaglianza tra il coefficiente angolare della retta e la derivata della cubica calcolata in x_0 .

L'equazione risolvente del sistema $x_0^3 + (1 - 3x_0^2)x_0 = x_0 - 2$ si riduce a

$$x_0^3 = 1$$

equazione che ammette come unica soluzione reale $x_0 = 1$ alla quale corrisponde il valore **$k = -2$**

La curva ha equazione **$y = x^3 - 2x$** .

Il punto di tangenza è **$T(1, -1)$**

